



Ngày thi: 08/01/2023
Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi này gồm 3 trang)

Câu 1. Trong các số sau, số nào lớn nhất?

$$\sqrt{21}; \quad 3\sqrt{2}; \quad 2\sqrt{5}; \quad 3\sqrt{3}; \quad 4\sqrt{2}.$$

Câu 2. Tìm tất cả các số nguyên dương x thỏa mãn:

$$\frac{2022^{2023x} + 2022^{2024x}}{2022^{2022x} + 2022^{2023x}} = 2022.$$

Câu 3. Xét tam giác ABC có độ dài ba đường cao tỉ lệ với 3, 5, 6, và độ dài các cạnh đều là số nguyên. Hỏi chu vi tam giác ABC có thể nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Câu 4. Hai ngôi sao trong bảng dưới đây đại diện cho cùng một số. Tổng của ba số ở hàng thứ hai gấp ba lần tổng ba số ở hàng thứ nhất. Hỏi ngôi sao đại diện cho số nào?

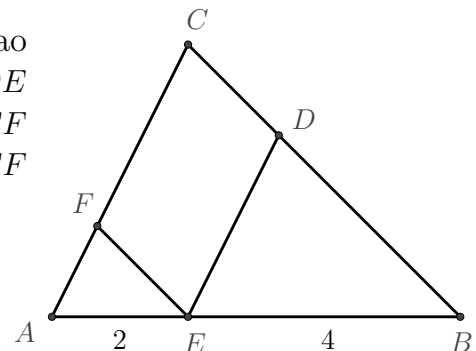
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{6}$	★		
		★	2	6

Câu 5. Tìm số tự nhiên a nhỏ nhất, sao cho khi chia $4a$ lần lượt cho 5, 6 và 7, ta được các số dư tương ứng là 1, 2 và 3.

Câu 6. Bạn Nam đã làm 6 bài kiểm tra toán; điểm số của mỗi bài kiểm tra là một số tự nhiên không vượt quá 100, và điểm trung bình của cả 6 bài kiểm tra đó bằng 80. Biết rằng, điểm số của 5 bài kiểm tra đầu tiên bằng nhau và nhỏ hơn điểm số của bài kiểm tra thứ 6. Hỏi điểm số của bài kiểm tra thứ 6 có thể bằng bao nhiêu?

Câu 7. Gọi A là tổng các số tự nhiên nhỏ hơn 200 và chia hết cho 3; B là tổng các số tự nhiên nhỏ hơn 200 và chia hết cho 5, nhưng không chia hết cho 3. Tính $A - B$.

Câu 8. Cho tam giác ABC , E là điểm trên cạnh AB sao cho $AE = 2$, $EB = 4$. D là điểm trên cạnh BC sao cho DE song song với AC , F là điểm trên cạnh AC sao cho EF song song với BC . Hỏi, tỉ số giữa diện tích hình $CDEF$ và diện tích tam giác ABC bằng bao nhiêu?



Câu 9. Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) thỏa mãn: $(x - 1)^2 + |x + y - 1| = 2$?

Câu 10. Chọn ngẫu nhiên hai số từ tám số tự nhiên đầu tiên. Xác suất để hai số được chọn có tích bằng 0 là bao nhiêu?

Câu 11. Minh nghĩ trong đầu một số có hai chữ số, và cho biết, trong bốn điều dưới đây có đúng một điều sai:

- (1) Số đó là một số chính phương.
- (2) Số đó là một số chẵn.
- (3) Số đó chia hết cho 7.
- (4) Một trong các chữ số của số đó là 0.

Hỏi Minh đã nghĩ số nào?

Câu 12. Trong hộp có 13 tấm thẻ, được ghi số từ 1 đến 13 (trên mỗi tấm thẻ ghi một số và số ghi ở hai tấm thẻ khác nhau là khác nhau). Lâm lấy từ hộp ra hai tấm thẻ, và thấy trong 11 tấm thẻ còn lại, có hai tấm thẻ mà tích của các số được ghi trên hai tấm thẻ đó bằng tích của các số được ghi trên hai tấm thẻ mà Lâm đã lấy ra. Hỏi tích các số trên hai tấm thẻ Lâm đã lấy có thể lớn nhất bằng bao nhiêu?

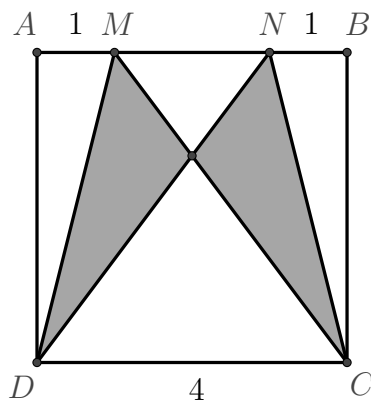
Câu 13. Ba bác Minh, Phúc và Lâm cùng mua hoa quả trong một cửa hàng. Bác Minh mua 2kg táo, 3kg nho và 5kg cam, hết 740 nghìn đồng. Bác Phúc mua 4kg táo, 3kg nho và 7kg cam, hết 940 nghìn đồng. Bác Lâm mua 1kg táo, 2kg nho và 3kg cam. Hỏi, bác Lâm phải trả bao nhiêu tiền?

Câu 14. Xét số nguyên dương n sao cho tích $2022 \cdot n$ có thể được viết thành tổng của 15 số tự nhiên liên tiếp. Hỏi n có thể nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

Câu 15. Ba số nguyên dương a, b, c thỏa mãn: $2a + 3b = 2022$ và $a + 4c = 2023$. Giá trị lớn nhất có thể của $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 16. Cần chọn ra ít nhất bao nhiêu hợp số nhỏ hơn 360 để trong các số được chọn, chắc chắn có hai số không nguyên tố cùng nhau?

Câu 17. Trong hình dưới đây, $ABCD$ là hình vuông, có cạnh bằng 4; $AM = BN = 1$. Tính diện tích phần tô đậm.



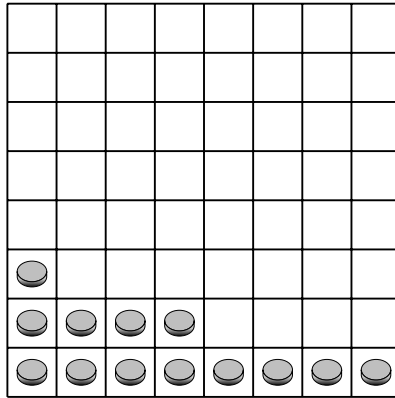
Câu 18. Cho 100 số hữu tỉ a_1, a_2, \dots, a_{100} thỏa mãn $a_1 + a_4 = 4$ và

$$\frac{a_1 + a_2}{1} = \frac{a_2 + a_3}{2} = \dots = \frac{a_{99} + a_{100}}{99} = \frac{a_{100} + a_1}{100}.$$

Tính tổng $a_1 + a_2 + \dots + a_{100}$.

Câu 19. Một số nguyên dương được gọi là số “*chập chờn*”, nếu trong biểu diễn thập phân của số đó, các chữ số 0 và các chữ số khác 0 đứng xen kẽ nhau (chẳng hạn, 1020 là số “*chập chờn*”). Hỏi từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, có thể lập được bao nhiêu số “*chập chờn*” có 5 chữ số và chia hết cho 11?

Câu 20. Người ta đặt 13 đồng xu vào các ô vuông con của bảng ô vuông 8×8 , như ở hình dưới đây. Hai bạn Tít và Mít, luân phiên nhau, lấy các đồng xu ra khỏi bảng, theo quy tắc: ở mỗi lượt của mình, mỗi bạn lấy ra một số tùy ý các đồng xu cùng hàng. Người lấy được đồng xu cuối cùng được coi là người thắng cuộc. Tít là người đầu tiên thực hiện việc lấy xu. Hỏi Tít cần lấy bao nhiêu đồng xu trong lượt đầu tiên, để đảm bảo chắc chắn sẽ là người thắng cuộc?



_____ Hết _____



Ngày thi: 12/03/2023
Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi này gồm 1 trang)

Câu 1. Cho các số thực a, b, c, d khác 0, thỏa mãn: $b + c \neq 0$, $b^2 = ac$ và $c^2 = bd$. Tính giá trị của biểu thức:

$$A = \frac{d(a+b)(b+c)(c+a)}{a(b+c)(c+d)(d+b)}.$$

Câu 2. Cho tam giác nhọn ABC , cân tại A . Gọi D là hình chiếu của B trên AC , và E là hình chiếu của D trên BC .

- Tính số đo góc BDE theo số đo của góc BAC .
- Giả sử $BC = AB + AD$, chứng minh rằng $BE = CD$.

Câu 3. Cho tập hợp A gồm tất cả các số nguyên từ 4 đến 21. Chứng minh rằng, trong 10 số đôi một khác nhau bất kì thuộc tập A , luôn tồn tại hai số có tổng là một số chính phương.

Câu 4. Tìm tất cả các số nguyên tố p, q, r (không nhất thiết đôi một khác nhau) thỏa mãn

$$\frac{pq}{p+q} = \frac{r^3 + 31}{31}.$$

Câu 5. Xét dãy gồm 66 số (không nhất thiết đôi một khác nhau) thỏa mãn: trung bình cộng của các số trong dãy bằng 13, trung bình cộng của các số âm trong dãy bằng -11 , và trung bình cộng của các số dương trong dãy bằng 44. Hỏi, trong dãy đó, có thể có nhiều nhất bao nhiêu số âm?

Câu 6. Ghi vào mỗi ô vuông con của bảng ô vuông kích thước 6×6 một số $+1$, hoặc một số -1 . Ta gọi một hàng là hàng *dương*, nếu tổng tất cả các số được ghi trong hàng đó là số dương; và gọi một cột là cột *âm*, nếu tổng tất cả các số được ghi trong cột đó là số âm. Hỏi, bằng cách ghi số nêu trên, ta có thể thu được

- một bảng số có đồng thời 5 hàng dương và 5 cột âm hay không? Vì sao?
- một bảng số có đồng thời 4 hàng dương và 4 cột âm hay không? Vì sao?

Hết